

Thời gian làm bài: 120 phút (Không tính thời gian phát đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a. $(x-3)^4 + (x+1)^4 = 32$ b. $\frac{3x^2 - 15x}{x^2 - 9} = x - \frac{x}{x-3}$

Bài 2. (1,25 điểm) Cho hệ phương trình (1) $\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = -1 \end{cases}$

- a. Giải phương trình (1) với $m=3$;
b. Với giá trị nào của m thì hệ phương trình (1) có nghiệm duy nhất.

Bài 3. (1,75 điểm) Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho đường thẳng (d): $y=-x+2$ và parabol (P): $y=x^2$.

- a. Vẽ đồ thị của (d) và (P) trên cùng 1 hệ trục tọa độ
b. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P) (bằng phép tính)
c. Gọi A và B là hai giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích của tam giác OAB.

Bài 4. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - 2(m+2)x + 6m + 3 = 0$ (x là ẩn, m là tham số)

- a. Chứng minh rằng phương trình luôn có nghiệm với mọi m
b. Tính tổng và tích hai nghiệm của phương trình theo m
c. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình trên. Tìm giá trị m để biểu thức $A = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất

Bài 5. (1 điểm) Tính chu vi của hình chữ nhật có diện tích 40 cm^2 , biết rằng nếu tăng chiều rộng lên 3cm, giảm chiều dài đi 3 cm thì diện tích không đổi.

Bài 6. (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn, nội tiếp đường tròn tâm O và $AB < AC$. Vẽ đường kính AD của đường tròn (O). Kẻ BE và CF vuông góc với AD (E, F thuộc AD). Kẻ AH vuông góc với BC (H thuộc BC).

- a) Chứng minh bốn điểm A, B, H, E cùng nằm trên một đường tròn.
b) Chứng minh HE song song với CD .
c) Gọi M là trung điểm của BC . Chứng minh $ME = MF$.

-----HẾT-----

Chúc các em tự tin và làm bài thật tốt

Hướng dẫn giải đề 2

Bài 1.

a. $(x-3)^4 + (x+1)^4 = 32$ đặt $t=x-1 \Rightarrow x = t + 1$

thay vào pt ta có: $(t-2)^4 + (t+2)^4 = 32$

$$\Leftrightarrow t^4 - 4t^3 \cdot 2 + 6t^2 \cdot 2^2 - 4t \cdot 2^3 + 2^4 + t^4 + 4t^3 \cdot 2 + 6t^2 \cdot 2^2 + 4t \cdot 2^3 + 2^4 = 32$$

$$\Leftrightarrow 2t^4 + 48t^2 + 32 = 32$$

$$\Leftrightarrow 2t^2(t^2 + 24) = 0$$

Vậy ta có $t=0$ nên $x=1$

Vậy pt trên có nghiệm duy nhất $x=1$

b. $\frac{3x^2 - 15x}{x^2 - 9} = x - \frac{x}{x-3}$

$$\Leftrightarrow \frac{x(3x-15)}{(x-3)(x+3)} - x + \frac{x}{x-3} = 0 \quad \text{ĐKCN : } x \neq \pm 3$$

$$\Leftrightarrow x \left(\frac{3x-15}{(x-3)(x+3)} - \frac{x^2-9}{(x-3)(x+3)} + \frac{x^2+3x}{(x-3)(x+3)} \right) = 0$$

TH1 : $x=0$ (thỏa)

TH2 : $3x - 15 - x^2 + 9 + x^2 + 3x = 0$

$$\Leftrightarrow 6x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Vậy pt có 2 nghiệm $x=0$ và $x=1$

Bài 2. cho hệ pt $\begin{cases} x + my = 3 \\ mx + 4y = -1 \end{cases}$

Với $m=3$ hệ pt tương đương $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 3x + 4y = -1 \end{cases}$

Giải hệ pt trên ta được $\begin{cases} x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất ta có $\frac{1}{m} \neq \frac{m}{4} \Leftrightarrow m^2 \neq 4 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$

Vậy với $m \neq \pm 2$ hệ phương trình trên luôn có nghiệm duy nhất

Bài 3

Bảng giá trị (P) $y=x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y=x^2$	4	1	0	1	4

Bảng giá trị (d)

x	0	2
$y=-x+2$	2	0

Đồ thị của (P) và (d)

Pt hoành độ giao điểm của (P) và (d)

$$x^2 = -x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ hoặc } x = -2$$

với $x=1$ ta có $y=1$

với $x = -2$ ta có $y = 4$

Vậy (P) giao (d) tại 2 điểm A, B

có tọa độ A(-2,4) và B(1,1)

Theo hình bên ta có

$$S_{\Delta AOB} = S_{ABCD} - S_{OBC} - S_{AOD}$$

Với $BC=1$ (dvd)

$$DC = |-2| + 1 = 3 \text{ (dvd)}$$

$$AD = 4 \text{ (dvd)}$$

$$OD = |-2| = 2 \text{ (dvd)}$$

$$OC = 1 \text{ (dvd)}$$

$$S_{\Delta AOB} = \frac{(BC + AD) \cdot DC}{2} - \frac{1}{2} BC \cdot OC - \frac{1}{2} AD \cdot DO$$

Vậy

$$S_{\Delta AOB} = \frac{(1+4) \cdot 3}{2} - \frac{1 \cdot 1}{2} - \frac{4 \cdot 2}{2} = 3$$

$$S_{\Delta AOB} = 3 \text{ (đvdt)}$$

Bài 4. $x^2 - 2(m+2)x + 6m + 3 = 0$

a. $\Delta' = (m+2)^2 - 6m - 3$

$$\Delta' = m^2 + 4m + 4 - 6m - 3$$

$$\Delta' = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0$$

Vậy pt luôn có nghiệm với mọi m.

b. Theo Vi-et ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+2) \\ x_1 \cdot x_2 = 6m + 3 \end{cases}$$

c. $A = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2)$

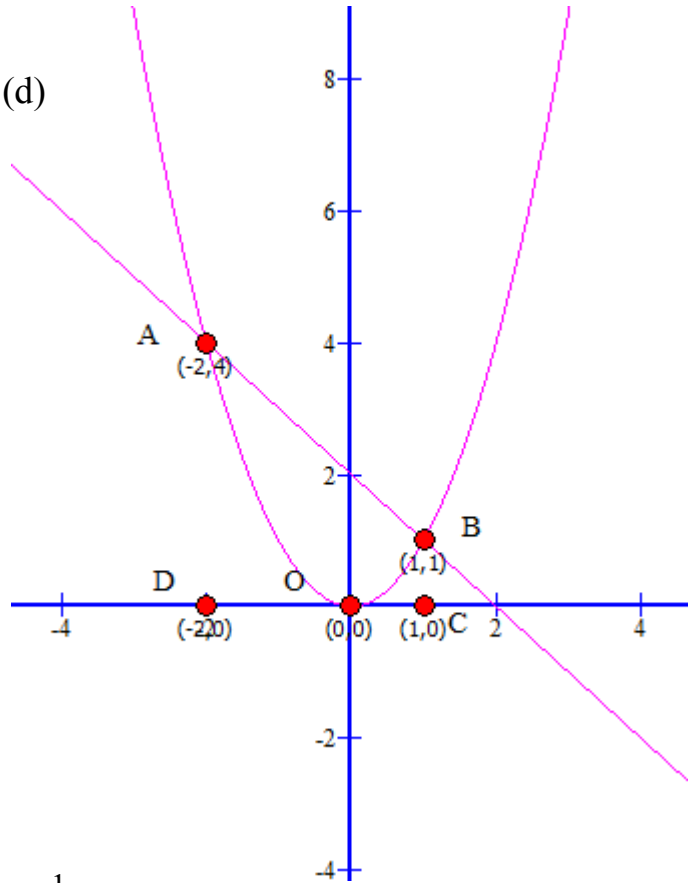
$$A = 2(6m+3)(m+2) = 2(6m^2 + 15m + 6)$$

$$A = 12(m^2 + \frac{3}{2}m + 1) = 12(m + \frac{5}{4})^2 - \frac{27}{4}$$

Ta có $A \geq -\frac{27}{4}$ vậy A nhỏ nhất khi $A = -\frac{27}{4}$

khi đó $m + \frac{5}{4} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{5}{4}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là $-\frac{27}{4}$ khi $m = -\frac{5}{4}$



Bài 5 : Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là x (cm) Đk : $x > 0$

Chiều dài của hình chữ nhật sẽ là $\frac{40}{x}$ (cm)

Nếu tăng chiều rộng lên 3 cm tức là $x+3$

Giảm chiều dài đi 3 cm tức là $\frac{40}{x}-3$

Pt theo diện tích : $(x+3)\left(\frac{40}{x}-3\right) = 40$

$$\Leftrightarrow (x+3)(40-3x) = 40x$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 9x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 40 = 0$$

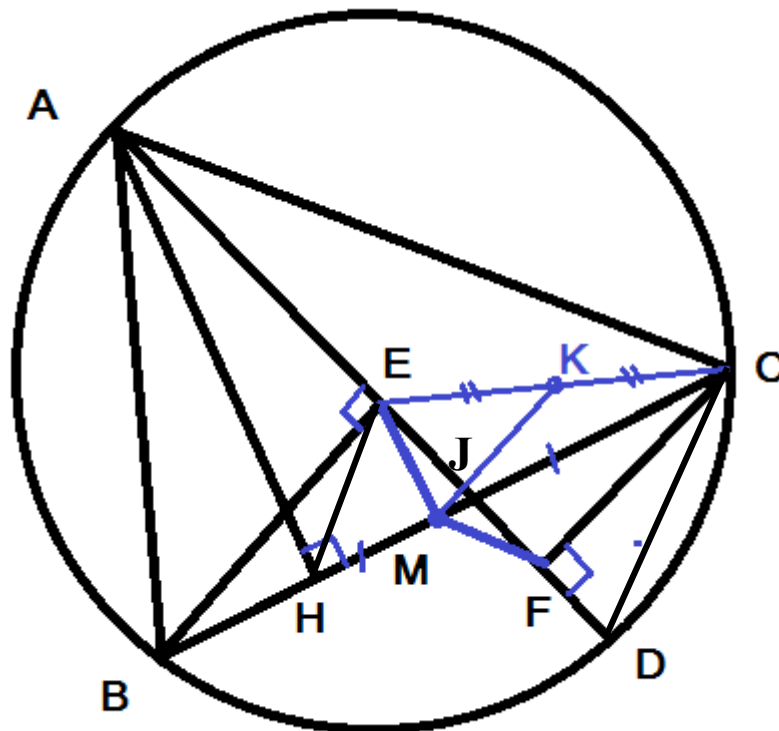
$$\Leftrightarrow (x-5)(x+8) = 0$$

Vậy $x=5$ (nhận) hoặc $x=-8$ loại

vậy chiều rộng HCN là 5cm chiều dài HCN là 8cm

Chu vi hình chữ nhật là $(5+8) \times 2 = 26$ cm

Bài 6.



5a. xét tứ giác ABHE có

$$\begin{cases} \widehat{AHB} = 90^\circ (gt, AH \perp BC) \\ \widehat{BEA} = 90^\circ (gt, BE \perp AD) \\ \widehat{AHB}, \widehat{BEA} \text{ cùng nhìn AB} \end{cases}$$

Vậy A, B, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AB

b. Ta có ABHE nội tiếp (cmt)

$\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{HED}$ (góc ngoài của góc đối trong tứ giác nội tiếp)

mà $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (góc nội tiếp chắn chung cung AC)

vậy $\widehat{HED} = \widehat{ADC}$ (ở vị trí so le trong)
nên $HE \parallel DC$ (đpcm)

5.c Nối E với C

Gọi K là trung điểm của EC

J là giao điểm của MK và EF

Xét ΔCEB có:

K là trung điểm của EC (theo cách dựng)

M là trung điểm BC (gt)

\Rightarrow KM là đường trung bình của ΔCEB

$\Rightarrow KM \parallel EB$

Mà $EB \perp AD$ (gt)

$\Rightarrow KM \perp EF$ tại J

Có: $KM \perp EF$, $CF \perp AD$

$\Rightarrow KM \parallel FC$ hay $KJ \parallel FC$

\Rightarrow J là trung điểm EF hay $EJ = FJ$

Có: $EJ = FJ$ (cmt), $KM \perp EF$ (cmt)

\Rightarrow KM là đường trung trực của EF

$\Rightarrow ME = MF$ (đpcm)