

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu 1: (1,5 điểm)

- a) Giải phương trình: $\sqrt{x-2} \cdot (x^2 - 4x + 3) = 0$;
b) Giải phương trình: $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$;
c) Tìm a, b để hệ phương trình $\begin{cases} 2x + by = a \\ bx + ay = 5 \end{cases}$ có nghiệm (1; 3).

Câu 2: (1,5 điểm)

Cho hàm số $y = 2x^2$ có đồ thị (P).

- a) Vẽ đồ thị (P);
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng (d): $y = -x + 3$ bằng phép tính.

Câu 3: (1,5 điểm)

Một công ty vận tải dự định dùng một loại xe có cùng trọng tải để chở 20 tấn rau theo hợp đồng. Nhưng khi vào việc, công ty không còn xe lớn nên phải thay bằng loại xe nhỏ có trọng tải nhỏ hơn 1 tấn so với loại xe ban đầu. Để đảm bảo thời gian đã hợp đồng, công ty phải dùng một số lượng xe nhiều hơn số xe dự định là 1 xe. Hỏi trọng tải mỗi xe nhỏ là bao nhiêu tấn.

Câu 4: (2,0 điểm)

Cho phương trình $x^2 - (5m - 1)x + 6m^2 - 2m = 0$ (m là tham số)

- a) Chứng minh phương trình luôn có nghiệm với mọi m;
b) Tìm m để nghiệm x_1, x_2 của phương trình thỏa hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 1$.

Câu 5: (3,5 điểm)

Cho ΔABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O ($AB < AC$) và AH là đường cao của tam giác. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của H lên AB, AC. Kẻ NE vuông góc với AH. Đường thẳng vuông góc với AC kẻ từ C cắt tia AH tại D và AD cắt đường tròn tại F. Chứng minh:

- a) $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{BIC}$ và tứ giác DENC nội tiếp;
b) $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ và tứ giác BFIC là hình thang cân;
c) Tứ giác BMED nội tiếp.

.....Hết.....

Câu 1:

a) Điều kiện $x \geq 2$, phương trình $\sqrt{x-2} \cdot (x^2 - 4x + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-2} = 0 & (1) \\ x^2 - 4x + 3 = 0 & (2) \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$;

(2) có $a + b + c = 1 + (-4) + 3 = 0$ nên có 2 nghiệm $x_1 = 1, x_2 = 3$;

Với điều kiện $x \geq 2$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm $x = 2, x = 3$.

b) Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$) phương trình trở thành $t^2 - 2t - 3 = 0$.

có $a - b + c = 1 - (-2) + (-3) = 0$ nên có nghiệm $t_1 = -1$ (loại), $t_2 = 3$;

$t = 3 \Rightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \sqrt{3}, x = -\sqrt{3}$

c) Thay $x = 1, y = 3$ vào hệ $\begin{cases} 2x + by = a \\ bx + ay = 5 \end{cases}$, ta có

$$\begin{cases} 2 + 3b = a \\ b + 3a = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + 3b \\ b + 6 + 9b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + 3b \\ b = -\frac{1}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{17}{10} \\ b = -\frac{1}{10} \end{cases}$$

Câu 2:

a) Đồ thị (P) là một parabol đi qua 5 điểm $(0;0), (1;2), (-1; 2), (2; 8), (-2; 8)$.

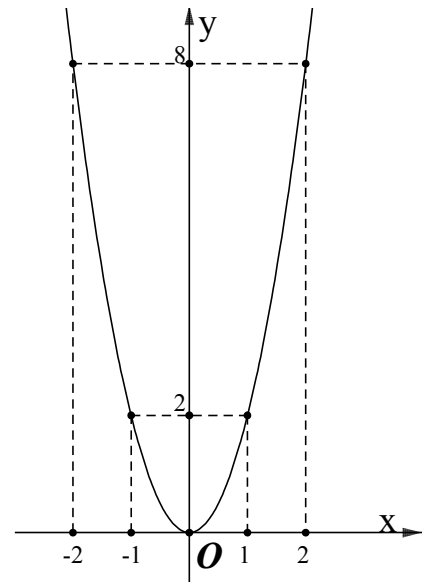
b) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường là

$$2x^2 = -x + 3 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$$

có $a + b + c = 2 + 1 + (-3) = 0$ nên có nghiệm

$$\begin{cases} x_1 = 1 \Rightarrow y_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{3}{2} \Rightarrow y_2 = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Tọa độ giao điểm hai đường là $(1;2), \left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$



Câu 3:

Gọi x (tấn) là trọng tải xe nhỏ ($x > 0$); $x + 1$ (tấn) là trọng tải xe lớn; $\frac{20}{x}$ là số xe nhỏ;

$\frac{20}{x+1}$ là số xe lớn. Ta có phương trình $\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1$

Với $x > 0$ phương trình trên trở thành $20x + 20 - 20x = x^2 + x \Leftrightarrow x^2 + x - 20 = 0$

Có $\Delta = 1 + 80 = 81 > 0$ nên có 2 nghiệm $x_1 = \frac{-1+9}{2} = 4, x_2 = \frac{-1-9}{2} = -5$ (loại)

Vậy trọng tải xe nhỏ là 4 tấn.

Câu 4:

a) $\Delta = 25m^2 - 10m + 1 - 24m^2 + 8m = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2 \geq 0, \forall m$ nên phương trình luôn có nghiệm $\forall m$.

b) Theo viết: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5m - 1 \\ x_1 x_2 = 6m^2 - 2m \end{cases}$. Theo đề: $x_1^2 + x_2^2 = 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 1$

$$\Rightarrow 25m^2 - 10m + 1 - 2(6m^2 - 2m) = 1 \Leftrightarrow 13m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow m(13m - 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{6}{13} \end{cases}$$

là 2 giá trị m cần tìm.

Câu 5:

a) $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \frac{1}{2}sw\widehat{AC} + \frac{1}{2}sw\widehat{AB} = \frac{1}{2}sw\widehat{BAC}$ và

$$\widehat{BIC} = \frac{1}{2}sw\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = \widehat{BIC};$$

$NE \perp AH, DC \perp AC \Rightarrow \widehat{DEN} + \widehat{DCN} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác DENC nội tiếp.

b) Ta có $HM \perp AB, HN \perp AC, AH \perp BC$ nên theo hệ thức lượng cho tam giác vuông

$$\Rightarrow AH^2 = AM \cdot AB, AH^2 = AN \cdot AC \Rightarrow AM \cdot AB = AN \cdot AC$$

$\widehat{ACI} = 90^\circ \Rightarrow AI$ là đường kính $\widehat{AFI} = 90^\circ \Rightarrow FI \perp AD \Rightarrow FI \parallel BC$ (cùng vuông góc với AD) $\Rightarrow \widehat{BF} = \widehat{CI}$ (hai cung chắn giữa hai dây song song) $\Rightarrow BF = CI$

\Rightarrow tứ giác BFIC là hình thang cân.

c) Ta có $AM \cdot AB = AN \cdot AC$; ΔAEN vuông tại E và ΔACD vuông tại C có góc nhọn A

chung nên đồng dạng $\Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AN}{AD} \Rightarrow AE \cdot AD = AN \cdot AC$

$\Rightarrow AM \cdot AB = AE \cdot AD \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{AE}{AB}$ và \hat{A} góc chung $\Rightarrow \Delta AME$ đồng dạng ΔADB

$\widehat{AME} = \widehat{ADB}$ mà $\widehat{AME} + \widehat{EMB} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{EDB} + \widehat{EMB} = 180^\circ$

\Rightarrow Tứ giác BMED nội tiếp.

