

Thời gian: 120 phút (không kể thời gian giao đề)

Bài 1 : (1 điểm) Rút gọn biểu thức sau:

1) $A = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - \sqrt{27}$; 2) $B = \sqrt{(3 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{6 - 2\sqrt{5}}$.

Bài 2: (1.5 điểm) Cho parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 4x + 9$.

- 1) Vẽ đồ thị (P);
- 2) Viết phương trình đường thẳng (d_1) biết (d_1) song song (d) và (d_1) tiếp xúc (P).

Bài 3 : (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 5y = -3 \end{cases}$. Tính $P = (x + y)^{2017}$ với x, y vừa tìm được.

2) Cho phương trình $x^2 - 10mx + 9m = 0$ (1) (m là tham số)

- a) Giải phương trình (1) với $m = 1$;
- b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa điều kiện $x_1 - 9x_2 = 0$.

Bài 4: (1,5 điểm)

Hai đội công nhân đắp đê ngăn triều cường. Nếu hai đội cùng làm thì trong 6 ngày xong việc. Nếu làm riêng thì đội I hoàn thành công việc chậm hơn đội II là 9 ngày. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi đội đắp xong đê trong bao nhiêu ngày?

Bài 5: (3,5 điểm)

Ta giác AMB cân tại M nội tiếp trong đường tròn (O; R). Kẻ MH vuông góc AB ($H \in AB$), MH cắt đường tròn tại N. Biết $MA = 10\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$.

- a) Tính MH và bán kính R của đường tròn;
- b) Trên tia đối tia BA lấy điểm C. MC cắt đường tròn tại D, ND cắt AB tại E. Chứng minh tứ giác MDEH nội tiếp và chứng minh các hệ thức sau:
 $NB^2 = NE \cdot ND$ và $AC \cdot BE = BC \cdot AE$;
- c) Chứng minh NB tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

.....Hết.....

ĐÁP ÁN

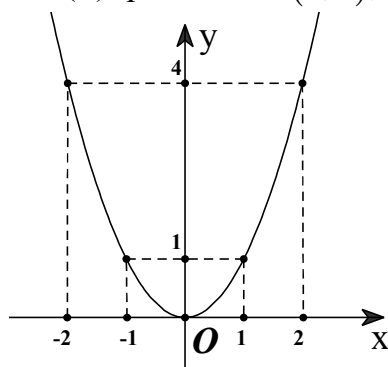
Bài 1:

$$1) A = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - \sqrt{27} = 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3};$$

$$2) B = \sqrt{(3-\sqrt{5})^2} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} = 3-\sqrt{5} + \sqrt{5}-1 = 2$$

Bài 2:

1) parabol (P) qua 5 điểm $(0;0)$, $(1;1)$, $(-1;1)$, $(2;4)$, $(-2;4)$



2) (d_1) song song $(d) \Rightarrow (d_1): y = 4x + b$ ($b \neq 9$)

(d_1) tiếp xúc (P) khi phương trình hoành độ giao điểm của hai đường

$$x^2 = 4x + b \Leftrightarrow x^2 - 4x - b = 0 \text{ có nghiệm kép} \Leftrightarrow 4 + b = 0 \Leftrightarrow b = -4$$

$$\Rightarrow (d_1): y = 4x - 4$$

Bài 3:

$$1) \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 5y = 25 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x = 22 \\ x + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 2 + 5y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$P = (2-1)^{2017} = 1$$

2) $x^2 - 10mx + 9m = 0$ (1)

a) $m = 1 \Rightarrow x^2 - 10x + 9 = 0$ có $a + b + c = 1 - 10 + 9 = 0$ nên có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = 9$$

b) Điều kiện (1) có 2 nghiệm phân biệt là $25m^2 - 9m > 0$ (*)

Theo Viét, theo đề, ta có:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 10m \\ x_1 - 9x_2 = 0 \\ x_1 x_2 = 9m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x_2 = 10m \\ x_1 - 9x_2 = 0 \\ x_1 x_2 = 9m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = m \\ x_1 = 9m \\ 9m^2 - 9m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = m \\ x_1 = 9m, (*) \Rightarrow m = 1 \\ \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases} \end{cases}$$

Bài 4:

Cách 1: Gọi x (ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội I ($x > 6$), y (ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội II ($y > 6$). Ta có phương trình $x - y = 9$.

Trong 1 ngày lượng công việc làm được của đội I là $\frac{1}{x}$, đội II là $\frac{1}{y}$. Ta có phương trình

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

Giải hệ $\begin{cases} x - y = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + y \\ \frac{1}{9+y} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + y \\ y^2 - 3y - 54 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + y \\ y = 9 \\ y = -6(l) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 9 \end{cases}$

Vậy thời gian làm một mình xong việc của đội I là 18 (ngày), đội II là 9 (ngày).

Cách 2: Gọi x(ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội I ($x > 9$), $x - 9$ (ngày) là thời gian làm một mình xong việc của đội II.

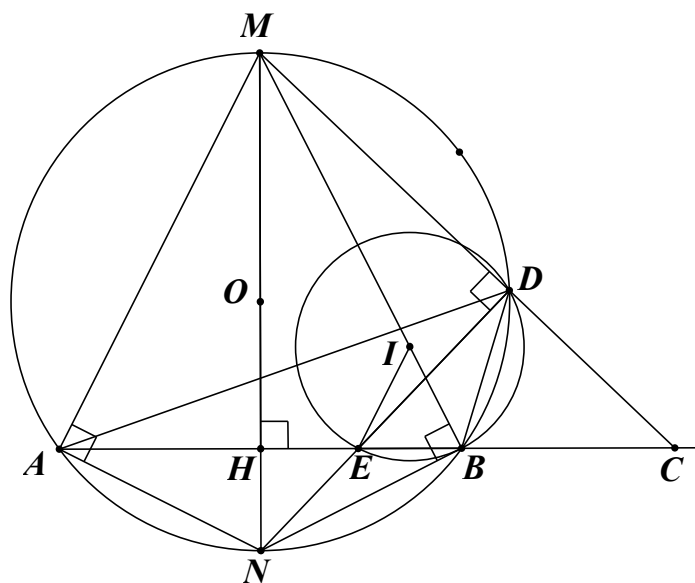
Trong 1 ngày lượng công việc làm được của đội I là $\frac{1}{x}$, đội II là $\frac{1}{x-9}$. Ta có phương trình

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6}$$

Giải phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-9} = \frac{1}{6} \Rightarrow x^2 - 21x + 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ x = 3(l) \end{cases} (\Delta = 225)$

Vậy thời gian làm một mình xong việc của đội I là 18 (ngày), đội II là 9 (ngày).

Bài 5:



a) Theo t/c đường kính và dây cung $\Rightarrow H$ trung điểm $AB \Rightarrow AH = 6\text{cm}$

$$\Delta AMH \text{ vuông tại } H \Rightarrow MH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{cm}$$

ΔAMN vuông tại A, đường cao AH \Rightarrow

$$AH^2 = HM \cdot HN \Rightarrow HN = \frac{AH^2}{MH} = \frac{36}{8} = 4,5\text{cm}$$

$$\text{Bán kính } R = \frac{MN}{2} = \frac{MH + HN}{2} = \frac{8 + 4,5}{2} = 6,25\text{cm}$$

b) $\widehat{MDN} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), $\widehat{MHE} = 90^\circ$ (MH \perp AB)

$\Rightarrow \widehat{MDE} + \widehat{MHE} = 180^\circ \Rightarrow$ tứ giác MDEH nội tiếp.

ΔNBE và ΔNDB có góc N chung, $\widehat{NBE} = \widehat{NDB}$ (cùng chắn hai cung bằng nhau là cung NA, NB – t/c đường kính và dây cung)

ΔNBE đồng dạng $\Delta NDB \Rightarrow \frac{NB}{ND} = \frac{NE}{NB} \Rightarrow NB^2 = NE \cdot ND$

Ta có cung NA bằng cung NB (t/c đường kính và dây cung) \Rightarrow góc ADE bằng góc EDB \Rightarrow DE là phân giác trong của ΔABD .

Vì $ED \perp DC \Rightarrow$ Dc là phân giác ngoài ΔABD

$\Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{EA}{EB} = \frac{CA}{CB} \Rightarrow AC \cdot BE = BC \cdot AE$

c) Kẻ $EI \parallel AM$ ($I \in BM$) $\Rightarrow \Delta AMB$ đồng dạng $\Delta EIB \Rightarrow \Delta EIB$ cân tại I $\Rightarrow IE = IB$.

Gọi (O') là đường tròn tâm I ngoại tiếp $\Delta EBD'$.

Ta có $NB \perp BM$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn tâm O) $\Rightarrow BN \perp BI \Rightarrow BN$ là tiếp tuyến đường tròn $(O') \Rightarrow \widehat{EBN} = \widehat{ED'B}$ (cùng chắn cung BE)

Mặt khác trên đường tròn (O) , $\widehat{EBN} = \widehat{EDB}$ (cùng chắn hai cung bằng nhau NA, NB) $\Rightarrow D$ nằm trên đường tròn (O')

$\Rightarrow NB$ tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.