

Bài 1 (2 điểm): Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

$$1) x^2 - 7x + 10 = 0 \quad 2) (x^2 + 2x)^2 - 6x^2 - 12x + 9 = 0 \quad 3) \begin{cases} 4x - y = 7 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$$

Bài 2 (1,5 điểm) Cho parabol (P): $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + m - 1$ (m là tham số).

- 1) Vẽ đồ thị (P).
- 2) Gọi $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$ là hai giao điểm phân biệt của (d) và (P). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $x_A > 0$ và $x_B > 0$.

Bài 3 (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 + ax + b + 2 = 0$ (a, b là tham số).

Tìm tất cả các giá trị của a, b để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa

$$\text{mãn điều kiện: } \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 28 \end{cases}$$

Bài 4 (1,5 điểm) Một tổ công nhân theo kế hoạch phải làm 140 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện năng suất của tổ đã vượt năng suất dự định là 4 sản phẩm mỗi ngày. Do đó tổ đã hoàn thành công việc sớm hơn dự định 4 ngày. Hỏi thực tế, mỗi ngày tổ đã làm được bao nhiêu sản phẩm?

Bài 5 (3,5 điểm) Cho đường tròn (O; R). Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn (O; R) sao cho $OM = 2R$, vẽ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Lấy một điểm N tùy ý trên cung nhỏ AB. Gọi I, H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của N trên AB, AM, BM.

- 1) Tính diện tích tứ giác MAOB theo R.
- 2) Chứng minh: $\widehat{NIH} = \widehat{NBA}$.
- 3) Gọi E là giao điểm của AN và IH, F là giao điểm của BN và IK. Chứng minh tứ giác IENF nội tiếp được trong một đường tròn.
- 4) Giả sử O, N, M thẳng hàng. Chứng minh: $NA^2 + NB^2 = 2R^2$.

.....Hết.....

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Bài 1:

1) $x^2 - 7x + 10 = 0$ có $\Delta = 9 > 0$ nên phương trình có hai nghiệm:

$$x_1 = \frac{7+3}{2} = 5, x_2 = \frac{7-3}{2} = 2.$$

Tập nghiệm là $S = \{5; 2\}$.

2) $(x^2 + 2x)^2 - 6x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 2x)^2 - 6(x^2 + 2x) + 9 = 0$.

Đặt $t = x^2 + 2x$ phương trình trở thành $t^2 - 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 3$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

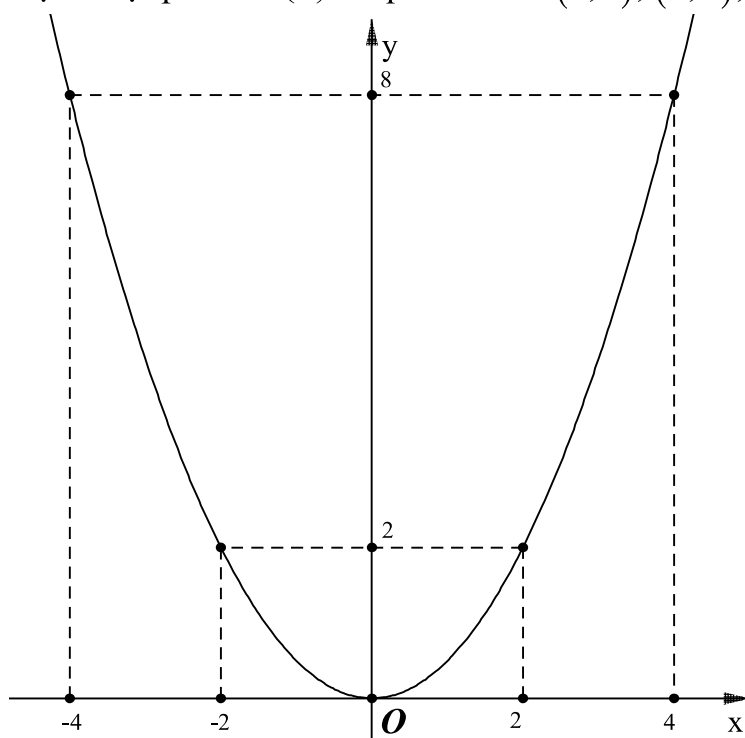
Tập nghiệm là $S = \{1; -3\}$.

$$3) \begin{cases} 4x - y = 7 \\ 5x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x = 9 \\ 5x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 5 + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases}$$

Nghiệm hệ là cặp số $(1; -3)$.

Bài 2:

1) Đồ thị là một parabol (P) đi qua 5 điểm $(0;0)$, $(2;2)$, $(-2;2)$, $(4;8)$, $(-4;8)$



2) (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt khi phương trình hoành độ giao điểm của hai đường

là $\frac{1}{2}x^2 = x + m - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2m + 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt \Leftrightarrow

$$\Delta' = 2m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$$

Hai nghiệm phân biệt x_A, x_B theo Viét thỏa $\begin{cases} x_A + x_B = 2 \\ x_A \cdot x_B = -2m + 2 \end{cases}$

để $x_A > 0$ và $x_B > 0$ khi $-2m + 2 > 0 \Leftrightarrow m < 1$

Kết hợp điều kiện, ta có $\frac{1}{2} < m < 1$ là giá trị cần tìm của m .

Bài 3: Phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khi $\Delta = a^2 - 4b - 8 > 0$ (*)

Theo Viét:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b + 2 \end{cases}$$

Với
$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^3 - x_2^3 = 28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 - x_2 = 4 \\ 16 + 3x_1 x_2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + (-x_2) = 4 \\ x_1 \cdot (-x_2) = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = -2 \\ b = -5 \end{cases} \text{ đều thỏa (*)}$$

Vậy a, b cần tìm là hai cặp số $(2; -5), (-2; -5)$.

Bài 4: Gọi x là số sản phẩm dự định làm trong 1 ngày ($x > 0$),
 $x + 4$ là số sản phẩm làm trong 1 ngày thực tế.

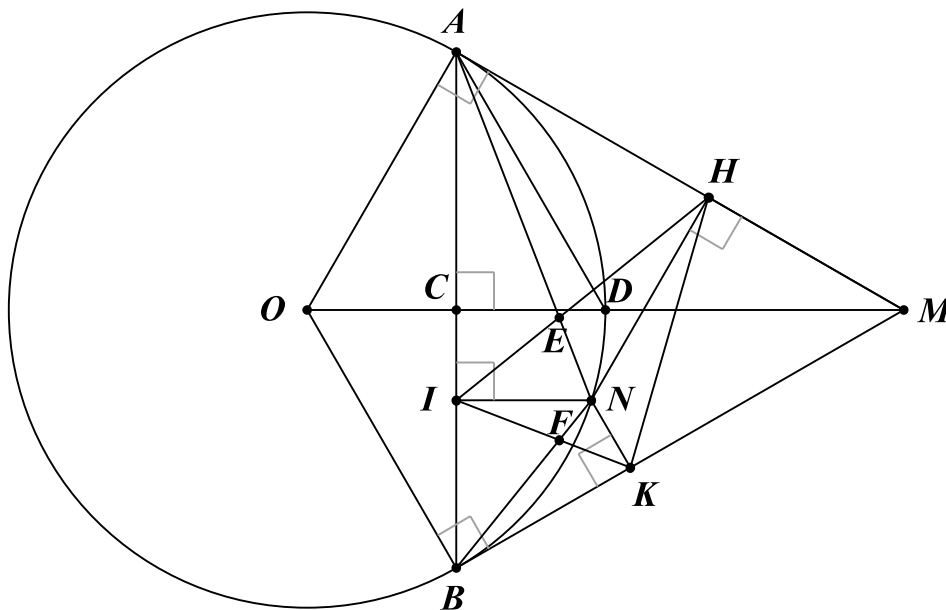
$\frac{140}{x}$ là số ngày dự định làm, $\frac{140}{x+4}$ là số ngày làm thực tế.

Ta có phương trình:
$$\frac{140}{x} - \frac{140}{x+4} = 4$$

Khử mẫu, phương trình trở thành $x^2 + 4x - 140 = 0$ có $\Delta' = 144 > 0$ nên có hai nghiệm là $x_1 = 10, x_2 = -14$ (loại).

Vậy thực tế, mỗi ngày tổ đã làm được $10 + 4 = 14$ sản phẩm.

Bài 5:



1) Gọi C là giao điểm của OM với AB và D là giao của OM với đường tròn (O; R)
 Ta có $OA = OB$ (bán kính), $MA = MB$ (t/c tiếp tuyến) $\Rightarrow OM$ là trung trực AB
 $\Rightarrow OM \perp AB$ tại C.

ΔOAM vuông tại A (t/c tiếp tuyến) có D trung điểm OM ($OD = R, OM = 2R$)

$$\Rightarrow AD = \frac{1}{2} OM = R \Rightarrow \Delta AOD \text{ đều cạnh } R \Rightarrow AC \text{ là đường cao } \Delta \text{ đều} \Rightarrow AC = \frac{R\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{AOM} = \frac{1}{2} OM \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2R \cdot \frac{R\sqrt{3}}{2} = \frac{R^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{MAOB} = 2S_{AOM} = R^2\sqrt{3}$$

2) Tứ giác AHNI nội tiếp (vì $\widehat{H} + \widehat{I} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$)

$\Rightarrow \widehat{NIH} = \widehat{NAH}$ (cùng chắn cung NH)

mà $\widehat{NAH} = \widehat{NBA} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AN} \Rightarrow \widehat{NIH} = \widehat{NBA}$

3) $\widehat{ENF} = \widehat{ANB} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB}$ (cung lớn AB)

$\widehat{EIF} = \widehat{EIN} + \widehat{NIF} = \widehat{NAH} + \widehat{NBK}$ (do câu 2 và tứ giác NIBK nội tiếp tương tự câu 2)

$\Rightarrow \widehat{EIF} = \frac{1}{2} \text{sđ} \widehat{AB}$ (cung nhỏ AB)

Vậy $\widehat{ENF} + \widehat{EIF} = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ \Rightarrow$ nội tiếp được trong một đường tròn.

4) N trùng D, theo câu 1, ta có $\triangle AOD$ và $\triangle BOD$ đều, cạnh R nên

$$NA^2 + NB^2 = R^2 + R^2 = 2R^2$$