

Bài 1. (3,5 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình:

a. $\sqrt{x-1} \cdot (2x^2 - x - 3) = 0$

b. $5x^2 - 75 = 0$

c. $(2x^2 + 3x)^2 - 6x^2 - 9x - 4 = 0$

d. $\begin{cases} 2x - y = -4 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$

Bài 2. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ (P)

a. Vẽ đồ thị hàm số (P)

b. (d): $y = mx + 2m - 1$. Xác định m để (d) cắt (P) tại hai điểm có hoành độ đối nhau.

Bài 3. (1,5 điểm) Cho phương trình $x^2 - x + m = 0$ (1)

a. Tìm m để phương trình (1) luôn có nghiệm

b. Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 = 6$

Bài 4. (3,5 điểm)

Từ điểm S ở ngoài đường tròn (O) vẽ tiếp tuyến SA (A là tiếp điểm) và cát tuyến SBC đến đường tròn (O) (A thuộc cung nhỏ BC). Gọi H là trung điểm của BC.

a) Chứng minh : $SA^2 = SB \cdot SC$ và tứ giác SAHO nội tiếp đường tròn.

b) Kẻ đường kính AK của (O). Tia SO cắt CK tại E. Chứng minh : $EK \cdot BH = AB \cdot OK$

c) Tia AE cắt (O) tại D. Chứng minh ba điểm B, O, D thẳng hàng.

-----HẾT-----

Chúc các em tự tin và làm bài thật tốt

Hướng dẫn giải

Bài 1 a. $\sqrt{x-1} \cdot (2x^2 - x - 3) = 0$

$$DKCN : x \geq 1$$

$$*\sqrt{x-1} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$*2x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(l) \\ x = \frac{3}{2}(n) \end{cases}$$

Pt có 2 nghiệm $x=1$ hoặc $x=3/2$

b. $5x^2 - 75 = 0$

$$\Leftrightarrow 5(x^2 - 15) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5(x - \sqrt{15})(x + \sqrt{15}) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{15} \text{ hay } x = -\sqrt{15}$$

c. $(2x^2 + 3x)^2 - 3(2x^2 + 3x) - 4 = 0$

Đặt $t = 2x^2 + 3x$

Pt tương đương: $t^2 - 3t - 4 = 0$

Pt có 2 nghiệm $t = -1$ hoặc $t = 4$

* Với $t = -1$, ta có $2x^2 + 3x + 1 = 0$

Pt có 2 nghiệm $x = -1$ hoặc $x = -0,5$

* Với $t = 4$, ta có $2x^2 + 3x - 4 = 0$

$$x_1 = \frac{-3 + \sqrt{41}}{4}$$

Pt có 2 nghiệm

$$x_2 = \frac{-3 - \sqrt{41}}{4}$$

Vậy pt đã cho có 4 nghiệm $\left\{ -1; -\frac{1}{2}; \frac{-3 + \sqrt{41}}{4}; \frac{-3 - \sqrt{41}}{4} \right\}$

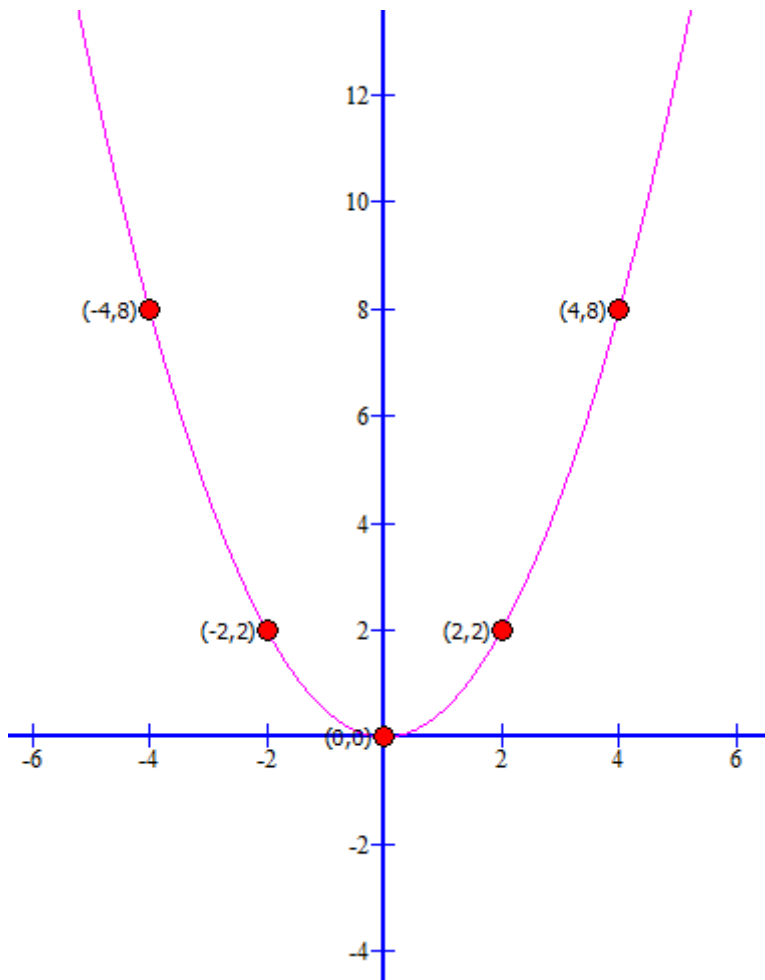
d. $d. \begin{cases} 2x - y = -4 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

Bài 2. (1,5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{x^2}{2}$ (P)

Bảng giá trị

x	-4	-2	0	2	4
---	----	----	---	---	---

$$y = \frac{x^2}{2} \quad | \quad 8 \quad | \quad 2 \quad | \quad 0 \quad | \quad 2 \quad | \quad 8$$



b. Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\frac{x^2}{2} = mx + 2m - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2mx - 4m - 2 = 0 \quad (1)$$

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm có hoành độ đối nhau, tương đương phương trình (1) có 2 nghiệm $\Leftrightarrow x_1 + x_2 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 + 4m - 2 > 0 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 + 4m - 2 > 0 \\ 2m = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 + 4m - 2 > 0 \\ m = 0 \quad (l) \end{cases}$$

Vậy không tồn tại m thỏa điều kiện (P) cắt (d) tại 2 điểm có hoành độ đối nhau

Bài 3. Cho phương trình $x^2 - x + m = 0 \quad (1)$

Điều kiện để phương trình (1) luôn có nghiệm là :

$$\Delta = 1^2 - 4m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$$

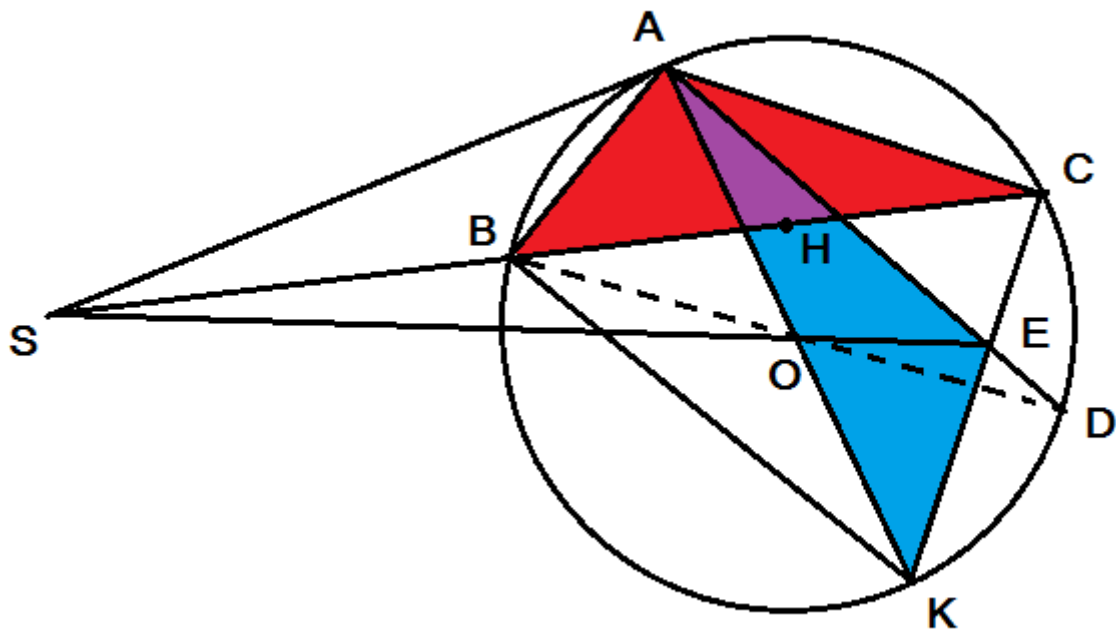
b. Đề pt có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 = 6$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1 + x_2 = 6 \quad (2)$$

với $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = m \end{cases}$ Ta có (2) $\Leftrightarrow 1^2 - 2m + 1 = 6 \Leftrightarrow m = -2$ (nhận)

Vậy với $m = -2$ ta có hệ thức $x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2 = 6$

Bài 4.



a. Chứng minh : $SA^2 = SB \cdot SC$ và tứ giác SAHO nội tiếp đường tròn

Xét $\triangle SAB$ & $\triangle SCA$ có :

$$\widehat{SCA} = \widehat{SAB} \text{ (góc n tiếp và góc tiếp tuyến chắn cung AB)}$$

Â chung

$$\Rightarrow \triangle SAB \sim \triangle SCA \text{ (g-g)}$$

$$\Rightarrow \frac{SA}{SC} = \frac{SB}{SA}$$

$$\Rightarrow SA^2 = SC \cdot SB$$

Ta có H là trung điểm dây BC $\Rightarrow OH \perp BC$ (q hệ đường kính và dây cung)

Xét tứ giác SAHO có :

$$\begin{cases} \widehat{SAO} = 90^\circ \text{ (SA là tiếp tuyến của (O))} \\ \widehat{OHS} = 90^\circ \text{ (cmt)} \\ \widehat{SAO}, \widehat{OHS} \text{ cùng nhìn OS góc } 90^\circ \end{cases}$$

Vậy tứ giác SAHO nội tiếp đường tròn đường kính OS

b) Ta có $\widehat{EOK} = \widehat{AOS}$ (đ đ)

mà $\widehat{AOS} = \widehat{AHS}$ (góc n tiếp chắn cung AS đường tròn (AHOS))

$$\Rightarrow \widehat{EOK} = \widehat{AHS}$$

xét $\triangle EKO$ & $\triangle ABH$ có :

$$\widehat{ABC} = \widehat{AKC} \text{ (góc n tiếp chắn cung AC)}$$

$$\widehat{EOK} = \widehat{AHS} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle EKO \sim \triangle ABH (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{EK}{AB} = \frac{OK}{BH}$$

$$\Rightarrow EK \cdot BH = OK \cdot AB$$

c) Từ b. suy ra $\frac{AB}{BH} = \frac{EK}{OK} \Rightarrow \frac{AB}{2BH} = \frac{EK}{2OK} \Leftrightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{EK}{AK}$

Xét $\triangle ABC$ & $\triangle EKA$ có :

$$\widehat{ABC} = \widehat{AKE} \text{ (góc n tiếp chắn cung AC)}$$

$$\frac{AB}{EK} = \frac{BC}{AK} \text{ (cmt)}$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle EKA (g - c - g)$$

$$\Rightarrow \widehat{EAK} = \widehat{ACB}$$

mà $\widehat{ACB} = \widehat{AKB}$ (góc n tiếp chắn cung AB)

$$\Rightarrow \widehat{EAK} = \widehat{AKB} \text{ (ở vị trí slt)}$$

$$\Rightarrow AE \parallel BK$$

mà $BK \perp AB$ (góc n tiếp chắn 1/2 đ tròn)

$$\Rightarrow AE \perp AB$$

Vậy $\widehat{BAD} = 90^\circ$

suy ra BD là đường kính (O), BD đi qua O

suy ra B, O, D thẳng hàng