

Bài 1. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình, hệ phương trình sau:

a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

b) $\begin{cases} x + y = 9 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases}$

2) Rút gọn biểu thức sau: $M = 2\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{20}$

Bài 2 (1,5 điểm)

Cho Parabol (P): $y = \frac{3}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + m$ với m là tham số

1) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{3}{4}x^2$

2) Tìm điều kiện của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Bài 3 (1,5 điểm)

Cho phương trình: $x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 8 = 0$ (m là tham số)

a) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm bằng 2

b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $4x_1 - 3x_2 = 25$

Bài 4 (1,5 điểm)

Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi 200 m. Do mở rộng đường giao thông nên chiều dài khu vườn giảm 8m. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn ban đầu, biết diện tích đất còn lại để trồng cây là 2080 m².

Bài 5 (3,5 điểm)

Cho đường tròn tâm O đường kính AB và M là điểm chính giữa cung AB. Lấy điểm D thuộc dây MB (D khác M và B). Tia AD cắt cung nhỏ BM tại N, tia AM cắt tia BN tại C.

1. Chứng minh: tứ giác CMDN nội tiếp được trong đường tròn

2. Chứng minh: $AM.AC = AD.AN$

3. Chứng minh: $\widehat{MCD} = \widehat{OMB}$

4. Gọi E là giao điểm của tia AB và MN. Chứng minh: $\widehat{DBN} = \widehat{NEB}$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh: _____ . Số báo danh: _____

Chữ ký của giám thị 1: _____ . Chữ ký của giám thị 2: _____

HƯỚNG DẪN GIẢI

1) a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ Đặt $t = x^2 (t \geq 0) \Rightarrow pt \Leftrightarrow t^2 - 8t - 9 = 0$

Ta có $a - b + c = 0$ ($1 - (-8) - 9 = 0$) nên phương trình có 2 nghiệm $t = -1$ (loại) và $t = 9$ (nhận)

với $t = 9 \Rightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = -3$

Vậy $S = \{-3, 3\}$

b)
$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 18 \\ 3x - 2y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 15 \\ x + y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là $(x, y) = (3; 6)$

2) $M = 2\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 2\sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} - \sqrt{4 \cdot 5} = 2|\sqrt{5} - 2| - 2\sqrt{5} = 2\sqrt{5} - 4 - 2\sqrt{5} = -4$

$M = -4$

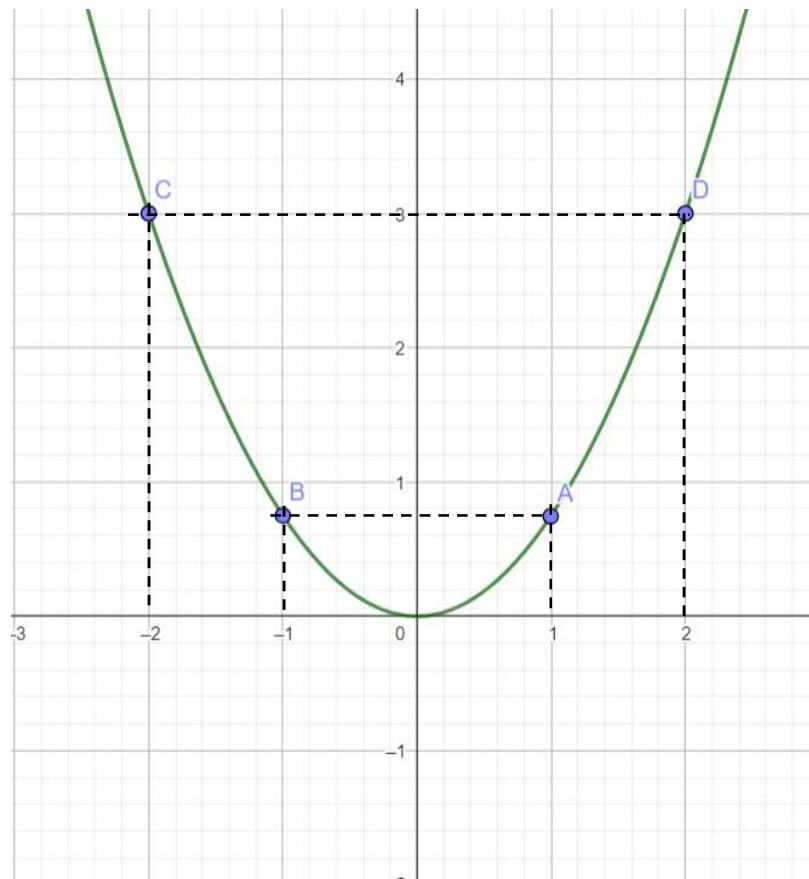
Bài 2 (1,5 điểm)

Cho (P): $y = \frac{3}{4}x^2$ và đường thẳng (d): $y = x + m$ với m là tham số

Tập xác định $D = \mathbb{R}$

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{3}{4}x^2$	3	$\frac{3}{4}$	0	$\frac{3}{4}$	3

Ta có đồ thị



Điều kiện của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Phương trình hoành độ giao điểm (d) và (P): $\frac{3}{4}x^2 = x + m \Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 4m = 0$

Đề (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì phương trình phải có 2 nghiệm phân biệt

$$\text{Hay } \Delta' = (-2)^2 - 3 \cdot (-4m) > 0 \quad \Rightarrow m > -\frac{1}{3}$$

Vậy với $m > -\frac{1}{3}$ thì (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt

Bài 3 (1,5 điểm)

Cho phương trình : $x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 8 = 0$

a) Tìm các giá trị m để phương trình có nghiệm bằng 2

Vì 2 là nghiệm của phương trình nên ta có:

$$2^2 - 2(m-2) \cdot 2 + m^2 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 2$$

Vậy với $m = 2$ thì phương trình có nghiệm $x = 2$

b) $x^2 - 2(m-2)x + m^2 - 8 = 0$ (1)

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt thì

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 - (m^2 - 8) > 0$$

$$\Leftrightarrow -4m + 12 > 0$$

$$\Leftrightarrow m < 3$$

Với $m < 3$ thì phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 áp dụng hệ thức Viet ta có:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 2(m-2) \\ P = x_1 \cdot x_2 = m^2 - 8 \end{cases} \quad \text{Để } 4x_1 - 3x_2 = 25 \text{ thì}$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 = 25 \\ x_1 + x_2 = 2m - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 = 25 \\ 3x_1 + 3x_2 = 6m - 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{6m+13}{7} \\ x_2 = \frac{8m-41}{7} \end{cases}$$

Thay x_1, x_2 vào $x_1 \cdot x_2 = m^2 - 8$ ta được:

$$\frac{6m+13}{7} \cdot \frac{8m-41}{7} = m^2 - 8 \Leftrightarrow (6m+13)(8m-41) = 49(m^2 - 8)$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 142m + 141 = 0$$

Vì : $1 - 142 + 141 = 0$ nên phương trình có 2 nghiệm

$m = -1$ hoặc $m = -141$ đều thỏa $m < 3$

Vậy với $m = \{-1; -141\}$ thì phương trình đã cho có 2 nghiệm x_1, x_2

thỏa $4x_1 - 3x_2 = 25$

Bài 4. Theo đề bài thì nửa chu vi khu vườn bằng: $200 : 2 = 100$ m

Gọi x (m) là chiều dài ban đầu của khu vườn, điều kiện: $8 < x < 100$

Chiều rộng ban đầu của khu vườn là : $100 - x$ (m)

Chiều dài của khu vườn giảm 8m: $x - 8$

Ta có phương trình: $(x - 8)(100 - x) = 2080$

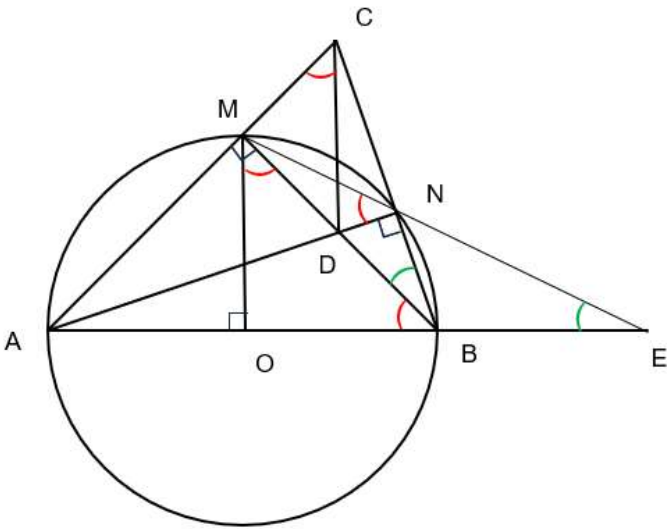
$$\Leftrightarrow -x^2 + 108x - 800 = 2080$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 108x + 1280 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 60$ m (nhận) và $x = 48$ m (loại) vì chiều dài phải lớn hơn chiều rộng

Vậy chiều dài khu vườn ban đầu là 60m và chiều rộng ban đầu là 40m

Bài 5.



1. Chứng minh tứ giác CMDN nội tiếp

Do $\widehat{AMB} = \widehat{ANB} = 90^\circ$ (Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Nên $\widehat{CMB} = \widehat{CNA} = 90^\circ$

Tứ giác CMDN có $\widehat{CMB} + \widehat{CNA} = 180^\circ$

Mà 2 góc này đối nhau nên tứ giác CMDN nội tiếp được đường tròn

2. Chứng minh: $AM \cdot AC = AD \cdot AN$

Xét $\triangle AMD$ và $\triangle ANC$ có:

Góc A chung và $\widehat{AMD} = \widehat{ANC} = 90^\circ$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle AMD \sim \triangle ANC$ (g - g)

$\Rightarrow \frac{AM}{AN} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AM \cdot AC = AD \cdot AN$ (đpcm)

3. Chứng minh: $\widehat{MCD} = \widehat{OMB}$

Ta có: $\widehat{MBA} = \widehat{MNA}$ (góc nội tiếp chắn AM)

Mà $\widehat{MBA} = \widehat{OMB}$ ($\triangle MOB$ cân tại O do $OB = OM = R$)

Mặt khác $\widehat{MND} = \widehat{MNA} = \widehat{MCD}$ (góc nội tiếp chắn MD)

$\Rightarrow \widehat{MCD} = \widehat{OMB}$ (đpcm)

4. Chứng minh: $\widehat{DBN} = \widehat{NEB}$ hay $\widehat{MBN} = \widehat{MEA}$

Ta có: M là chính giữa cung AB nên $\widehat{AM} = \widehat{BM}$

$sđ \widehat{MBN} = \frac{1}{2} sđ \widehat{MN}$ (góc nội tiếp chắn cung MN)

$sđ \widehat{MEA} = \frac{1}{2} sđ (\widehat{AM} - \widehat{NB}) = \frac{1}{2} sđ (\widehat{MB} - \widehat{NB}) = \frac{1}{2} sđ (\widehat{MN})$ (góc có đỉnh ngoài đường tròn)

$\Rightarrow \widehat{MBN} = \widehat{MEA}$ hay $\widehat{DBN} = \widehat{NEB}$ (đpcm)